文章编号:1000-4939(2023)03-0654-09

索式吊运系统动力学建模和摆动规律研究

田中旭,林星星,李嘉鹏,胡彭

(上海海洋大学,201306 上海)

摘　要:针对索式吊运这类欠约束系统的摆动规律分析,综合采取理论建模及可视化仿真相结合的方法,研究索式吊运系统的动力学特性。利用达朗贝尔原理建立索式吊运系统的动力学模型,其中不仅考虑了水平运动和升降运动对系统运动状态的影响,也将钢索质量考虑在内,提高了模型精确度。采用龙格库塔法对模型进行降阶数值求解,并基于 ADAMS 软件的动力学仿真进行了验证。基于动力学模型和数值计算,研究了水平运动、升降运动及系统参数对摆动的影响规律。结果表明:所建立的动力学模型和数值计算准确,可用来研究索式吊运系统的运动规律和控制策略;吊点在运动过程中系统摆幅受吊点初始加速度、加速度突变和升降运动速度影响较大,初始加速度过大或加速度突变,升降速度越大,摆幅越大,升降速度使摆幅随时间呈指数式增长;停止后摆幅与停止时吊重速度、加速度和系统频率有关,速度越大,摆幅基数越大;加速度越大,加速时间越长,摆幅增幅也越大;钢索长度和吊重质量决定系统固有频率,不影响系统运动过程中的摆幅;吊点加速规律对摆动影响的研究,可用来指导吊运系统设计与控制。

关键词:索式吊运;动力学模型;动力学仿真;摆动

中图分类号:TH113.1　　**文献标志码**:A　　**DOI**:10.11776/j.issn.1000-4939.2023.03.018

Dynamic modeling and swing laws of cable lifting system

TIAN Zhongxu, LIN Xingxing, LI Jiapeng, HU Peng

(Shanghai Ocean University, 201306 Shanghai, China)

Abstract: Aiming at the analysis of the swing laws of the cable lifting system (CLS), the dynamic characteristics of the CLS are studied by combining theoretical modeling and visual simulation. The dynamic model is derived using D' Alembert's principle. It contains the effect of horizontal motion and lifting motion on the system motion status, and also takes into account the quality of the cable to improve the accuracy of model. The Runge-Kutta method is used to solve model numerically, and simulation is conducted within ADAMS environment to verify the dynamic model. Based on the dynamic model and numerical calculation, the effect of horizontal motion, lifting motion and system parameters on swing was studied. The results show that the dynamic model and numerical calculations are accurate, which can be used to plan more reasonable motion and explore swing control technology and method. During the movement, the payload oscillation is mainly affected by the initial acceleration, sudden change of acceleration and lifting speed. The larger

收稿日期:2021-08-07　　**修回日期**:2021-11-18
基金项目:国家重点研发计划资助项目(No. 2019YFD0900800)
通信作者:林星星,硕士研究生。E-mail:15700111533@163.com
引用格式:田中旭,林星星,李嘉鹏,等. 索式吊运系统动力学建模和摆动规律研究[J]. 应用力学学报,2023,40(3):654-662.
TIAN Zhongxu, LIN Xingxing, LI Jiapeng, et al. Dynamic modeling and swing laws of cable lifting system[J]. Chinese journal of applied mechanics, 2023, 40(3):654-662.

initial acceleration or the sudden change of acceleration or the greater velocity of lifting, the greater swing and the velocity of lifting makes the oscillation increased exponentially with time. After the lifting point stops moving, the payload oscillation is affected by the velocity, acceleration and frequency of the lifting at the stopping moment. The greater the speed, the greater the cardinality of the swing of lifting payload; the greater the acceleration and the longer the time of acceleration, the greater the increased swing of lifting payload. The length of steel cable and the mass of lifting payload determine the frequency of the CLS, which does not affect the payload oscillation during the movement. The oscillation and frequency are affected by the lifting laws of the steel cable. And the study of acceleration laws of the lifting point affecting the oscillation can be used to guide the design and control of the CLS.

Key words: steel cable lifting; dynamic model; dynamic simulation; swing

高空索式吊运是采用钢索将物体运送到另一地点，可适应各种复杂环境下的搬运工作，其工作效率高，成为现代化各类工业、建筑、航运[1]等领域的主要搬运工具。索式吊运系统在运输过程中出现摆动现象，存在安全隐患，也影响精确定位，制约工作效率。为研究索式吊运系统摆动情况，需建立动力学模型，规划更加合理的运动和探索摆动控制技术与方法。但是该系统的欠驱动和自身非线性特点，易受外界干扰，且不能直接对吊重进行控制，系统不仅有水平运动还有升降运动，两个运动相耦合，给建模增加了难度。因此，许多学者针对索式吊运系统进行大量的研究，早期研究建立非线性吊运系统二维二自由度模型。JAAFAR 等[2]研究不同电压输入下，吊重绳长、吊重质量和小车质量等参数对起重机小车位移和吊重摆角的影响规律。文献[3-4]在建立起重机动力学模型时，研究水平运动而忽略升降运动对吊重摆动的情况，并对此系统进行消摆控制。在文献[5-7]中，大多采用二维吊车模型来进行系统分析、控制器设计以及仿真实验，用钢索水平移动、摆动角度及钢索长度 3 个自由度来建模，研究其中的影响因素及运动规律。高丙团等[8]采用拉格朗日方程的方法建立吊车系统的非线性模型，且将三维吊车系统动力学模型取消一个自由度得到二维吊车系统动力学模型。刘莹莹等[9]将连接绳考虑为无质量、不可伸缩、无弹性振动，研究近距离短系卫星动力学特性和释放方法。对于钢索这类柔性体的小变形问题，浮动参考坐标法[10]，柔性体的大变形问题，多采用绝对节点坐标法[11]。姚震[12]采用绝对节点坐标法，以变形的斜率坐标描述钢索的旋转变形，考虑钢索结构拉伸过程中刚度变化特性，建立钢索结构变形及动力学分析模型。孟超等[13-14]考虑钢丝绳弹性因素对抓斗卸船机摆动控制进行研究，结果表明，钢丝绳弹性对摆动控制的影响并不显著。在上述索式系统应用领域的建模过程中，均忽略了钢索质量的影响且建模过程繁琐复杂。本研究将吊点视为边界条件，考虑绳索质量，建立绳索和吊重两者的一个通用模型。分析吊点运动规律对吊重摆动的影响，有利于更好的进行运动规划，对后期运动规划和控制器的设计至关重要，从而保证吊运系统运行效率，降低能源消耗。

利用达朗贝尔原理，建立索式吊运系统的动力学模型，考虑了钢索质量、水平运动和升降运动等因素，并利用动力学模型研究了各个主要参数对摆动的影响规律。

1　索式吊运系统运动学

对于系统参数的改变，如钢索总长，动力学模型能够方便快速的计算出吊重运动情况，且动力学模型对运动规律探索、防摆控制方法和操作策略制定具有重要意义。然而 ADAMS 建模需要重新调整模型，仿真过程繁琐，求解速度慢，也不便于研究规律和方法，这里用来对动力学模型和数值算法验证。在建立索式吊运系统模型之前，先进行模型的处理与系统的运动分析。为了便于分析系统的动力学特性、设计有效的控制方法，将吊重视为质点。

本研究以吊点进行水平运动且钢索进行升降运动时，吊重的运动情况为研究对象。由于运动过程中，钢索与竖直方向成一定角度，所以系统是在竖直与运动方向确定的平面内做平面运动。之后将平面坐标投影到空间坐标，得到三维的动力学模型，这种处理方式对研究摆动问题更加简洁高效。因此建立以吊点为坐标系原点，吊点运动方向为 X 轴，吊重竖直向下为 Z 轴建立坐标系。选择吊点水平位移 s，

钢索沿索方向的位移 l 和吊重水平位移 x 三个作为系统自由度,也为后续 ADAMS 仿真验证带来方便。图 1 为所建二维索式吊运系统的几何模型。其中,A 为吊点,B 为吊重,吊重通过钢索与吊点相连,则 l 为吊运部分的钢索长度(从摆点到吊重质心的距离)。吊点在作用力 F_1 驱动下沿 X 轴方向水平运动,吊重在拉力 F_2 的作用下沿钢索方向进行升降运动。

索式吊运系统的运动由水平运动和钢索的转动两部分组成。由图 1 坐标系知,吊点的位置坐标

$$\begin{cases} X_A = s \\ Z_A = 0 \end{cases} \tag{1}$$

吊重的位置坐标

$$\begin{cases} X_B = x \\ Z_B = \sqrt{l^2 - (s-x)^2} \end{cases} \tag{2}$$

钢索有吊运和卷入两部分,分别进行计算。吊运部分钢索 G 的位置坐标

$$\begin{cases} X_G = (s+x)/2 \\ Z_G = \sqrt{l^2 - (s-x)^2}/2 \end{cases} \tag{3}$$

图 1 二维索式吊运系统的几何模型

Fig. 1 A simple model for two-dimensional cable lifting system

卷入部分钢索的位置坐标视为与吊点相同。则吊点、吊重和吊运部分钢索在 X、Z 轴方向的加速度可以表示为

$$\begin{cases} a_{AX} = \ddot{s} \\ a_{AZ} = 0 \\ a_{BX} = \ddot{x} \\ a_{BZ} = (-(s-x)(l^2-(s-x)^2)\ddot{s} + (s-x)(l^2-(s-x)^2)\ddot{x} + l(l^2-(s-x)^2)\ddot{l} - ((x-s)\dot{l} + \\ \quad l(\dot{s}-\dot{x}))^2)/\sqrt{(l^2-(s-x)^2)^3} \\ a_{GX} = (\ddot{s}+\ddot{x})/2 \\ a_{GZ} = (-(s-x)(l^2-(s-x)^2)\ddot{s} + (s-x)(l^2-(s-x)^2)\ddot{x} + l(l^2-(s-x)^2)\ddot{l} - ((x-s)\dot{l} + \\ \quad l(\dot{s}-\dot{x}))^2)/(2\sqrt{(l^2-(s-x)^2)^3}) \end{cases} \tag{4}$$

钢索与 Z 轴正方向所成的角度为

$$\theta \approx \tan\theta = \frac{s-x}{Z_B} \tag{5}$$

则钢索关于质心的角加速度为

$$\alpha = (-l(s-x)(l^2-(s-x)^2)\ddot{l} + l^2(l^2-(s-x)^2)\ddot{s} - l^2(l^2-(s-x)^2)\ddot{x} - \\ 2((l^2+(s-x)^2/2)l - 3l(\dot{s}-\dot{x})(s-x)/2)(x-s)\dot{l} + l(\dot{s}-\dot{x})/(l^2-(s-x)^2)^{5/2} \tag{6}$$

根据上面的分析可知,s、l、x 是系统的状态量,F_1 、F_2 是控制量,因此该系统是一个具有 3 个自由度的欠约束系统。通过建立动力学模型,可建立这 5 者之间的关系,观察吊重的运动情况,进而分析吊重的摆动情况。

2 索式吊运系统动力学建模

2.1 索式吊运系统动力学模型

由于索式吊运系统是典型多变量动力学系统,且钢索上端作为边界条件存在非完整约束,所以采用达朗贝尔原理建立模型。达朗贝尔原理是解决非自由质点系动力学问题的一种普遍方法,特点是用静力学研究平衡问题的方法来研究动力学问题。其方程表达式为

$$\begin{cases} \sum F_i + \sum F_{Ni} + \sum F_{Ii} = 0 \\ \sum M_O(F_i) + \sum M_O(F_{Ni}) + \sum M_O(F_{Ii}) = 0 \end{cases} \tag{7}$$

其中,$i = 1,2,\cdots,n$ 。根据达朗贝尔原理,求出质点系的惯性力,按静力学列写平衡方程的形式求解质点系动力学,从而建立动态平衡方程。即索式吊运

系统的动态平衡方程组为

$$
\begin{cases}
\sum F_X = 0, F_1 - F_2(s-x)/l - ma_{BX} - l\rho a_{GX} - \\
(L-l)\rho a_{AX} = 0 \\
\sum F_Z = 0, F_2 Z_B/l + mg + l\rho g - ma_{BZ} - l\rho a_{GZ} = 0 \\
\sum M_C = 0, -F_1(l/2)(Z_B/l) + (l/2)(s-x)/ \\
lm(g-a_{BZ}) - (l/2)(Z_B/l)ma_{BX} + l^3\rho\alpha/12 = 0
\end{cases}
\tag{8}
$$

其中：m 为吊重的质量；L 为钢索总长度；ρ 为钢索的线密度。

对式(8)进行化简，得到索式吊运系统的动力学模型为

$$
\begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} & M_{13} \\ M_{21} & M_{22} & M_{23} \\ M_{31} & M_{32} & M_{33} \end{bmatrix}
\begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{s} \\ \ddot{l} \end{bmatrix}
+
\begin{bmatrix} H_1 \\ H_2 \\ H_3 \end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ Q_3 \end{bmatrix}
\tag{9}
$$

其中，

$$
\begin{cases}
M_{11} = (-\rho l^2 - 2ml)/(2l) \\
M_{12} = (-2\rho Ll + \rho l^2)/(2l) \\
M_{13} = 0
\end{cases}
\tag{10}
$$

$$
\begin{cases}
M_{21} = -(s-x)(\rho l/2 + m)/(l^2 - (s-x)^2)^{1/2} \\
M_{22} = (s-x)(\rho l/2 + m)/(l^2 - (s-x)^2)^{1/2} \\
M_{23} = -l(\rho l/2 + m)/(l^2 - (s-x)^2)^{1/2}
\end{cases}
\tag{11}
$$

$$
\begin{cases}
M_{31} = -l^2(\rho l^3/6 + ml^2 - m(s-x)^2)/(2(l^2 - (s-x)^2)^{3/2}) \\
M_{32} = (\rho l^5/6 + m(s-x)^2 l^2 - m(s-x)^4)/(2(l^2 - (s-x)^2)^{3/2}) \\
M_{33} = -l(s-x)(\rho l^3/6 + ml^2 - m(s-x)^2)/(2(l^2 - (s-x)^2)^{3/2})
\end{cases}
\tag{12}
$$

$$
\begin{cases}
H_1 = 0 \\
H_2 = (l^3(\rho l/2 + m)\dot{x}^2 + l(s-x)^2(\rho l/2 + m)\dot{l}^2 + l^3(\rho l/2 + m)\dot{s}^2 + gl(l^2 - (s-x)^2)(\rho l + m)(l^2 - \\
\quad (s-x)^2)^{1/2} - 2\dot{x}l^3(\rho l/2 + m)\dot{s} - 2l^2(s-x)(\dot{s} - \dot{x})(\rho l/2 + m)\dot{l})/(l(l^2 - (s-x)^2)^{3/2}) \\
H_3 = gm(s-x)/2 + ((s-x)(\rho l^5/3 + \rho(s-x)^2 l^3/6 + m(s-x)^2 l^2 - m(s-x)^4)\dot{l}^2 - 2l(\dot{s} - \dot{x})(\rho l^5/6 + \\
\quad \rho(s-x)^2 l^3/3 + m(s-x)^2 l^2 - m(s-x)^4)\dot{l} + (\rho l^3/2 + ml^2 - m(s-x)^2)l^2(s-x)\dot{s}^2 - 2(\rho l^3/2 + \\
\quad ml^2 - m(s-x)^2)\dot{x}l^2(s-x)\dot{s} + (\rho l^3/2 + ml^2 - m(s-x)^2)l^2(s-x)\dot{x}^2)/(2(l^2 - (s-x)^2)^{5/2})
\end{cases}
\tag{13}
$$

$$
\begin{cases}
Q_1 = F_2(s-x)/l - F_1 \\
Q_2 = F_2(l^2 - (s-x)^2)^{1/2}/l \\
Q_3 = F_1(l^2 - (s-x)^2)^{1/2}/2
\end{cases}
\tag{14}
$$

由动力学模型可知，吊重 x 与 s、l、F_1 和 F_2 有关。则可通过对吊点和钢索进行运动规划，研究分析所需作用力和拉力的大小以及水平运动和升降运动对吊重的影响，从而得到吊重运动轨迹。因此用 s 和 l 两个参数来表示 x，其求解过程如下

$$
\begin{cases}
F_1 = 2(M_{31}\ddot{x} + M_{32}\ddot{s} + M_{33}\ddot{l} + H_3)/Z_B \\
F_2 = l(M_{21}\ddot{x} + M_{22}\ddot{s} + M_{23}l\ddot{l} + H_2)/Z_B \\
\ddot{x} = ((((s-x)M_{22} - 2M_{32})/Z_B - M_{12})\ddot{s} + ((s - \\
\quad x)M_{23} - 2M_{33})\ddot{l}/Z_B + ((s-x)H_2 - 2H_3)/Z_B - \\
\quad H_1)/(M_{11} - ((s-x)M_{21} - 2M_{31})/Z_B)
\end{cases}
\tag{15}
$$

之后采用龙格库塔法对动力学模型进行降阶数值求解，令

$$
\begin{cases}
x_1 = x \\
x_2 = \dot{x}
\end{cases}
\tag{16}
$$

其中：x_1 为吊重水平运动的位移；x_2 为吊重水平运动的速度。对式(16)进行求导，得到索式吊运系统动力学模型降阶后的矩阵形式为

$$
\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} =
\begin{bmatrix}
x_2 \\
((((s-x)M_{22} - 2M_{32})/Z_B - M_{12})\ddot{s} + \\
((s-x)M_{23} - 2M_{33})\ddot{l}/Z_B + ((s-x)H_2 - \\
2H_3)/Z_B - H_1)/(M_{11} - ((s-x)M_{21} - \\
2M_{31})/Z_B)
\end{bmatrix}
\tag{17}
$$

最后利用龙格库塔法编写程序求解得到 x_1 和 x_2 在各时刻对应的数值。

将平面系统模型进行转换得到三维空间模型和计算结果。假设吊点初始位置坐标为 (X_{A1}, Y_{A1})，终点位置坐标为 (X_{A2}, Y_{A2})，由此可得出

$$
\tan\varphi = (Y_{A2} - Y_{A1})/(X_{A2} - X_{A1}) \tag{18}
$$

$$
\varphi = \arctan\varphi \tag{19}
$$

其中，φ 为竖直和运动方向确定的平面与 X 轴的角度，则索式吊运系统吊重在空间系统下的位移和速度结果为

$$\begin{bmatrix} X_B \\ Y_B \\ \dot{X}_B \\ \dot{Y}_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1\cos\varphi + X_{A1} \\ x_1\sin\varphi + Y_{A1} \\ x_2\cos\varphi \\ x_2\sin\varphi \end{bmatrix} \tag{20}$$

2.2 动力学模型正确性验证

基于 ADAMS 多体动力学仿真对索式吊运系统的动力学模型进行验证,仿真过程中忽略阻尼的影响。在 ADAMS 环境中利用现有模块,结合模型处理方式搭建该系统装置,实现钢索既可以相对滑轮做升降运动,又能随着滑轮一起做水平运动。对所建仿真设置相应的约束和载荷,载荷采用位移驱动的方式进行定义,其基本参数值设定为:吊重质量 $m = 2\ 000$ kg,钢索总长 $L = 15\ 000$ mm,钢索线密度 $\rho = 0.003\ \text{kg}\cdot\text{mm}^{-1}$,重力加速度 $g = 9\ 806.65\ \text{mm}\cdot\text{s}^{-2}$,系统初始状态 $(x, \dot{x}) = (0, 0)$。

当索式吊运系统仅水平运动时,得到建模和仿真对比结果如图 2 所示,输入量 $s = 75t, l = 15\ 000$。

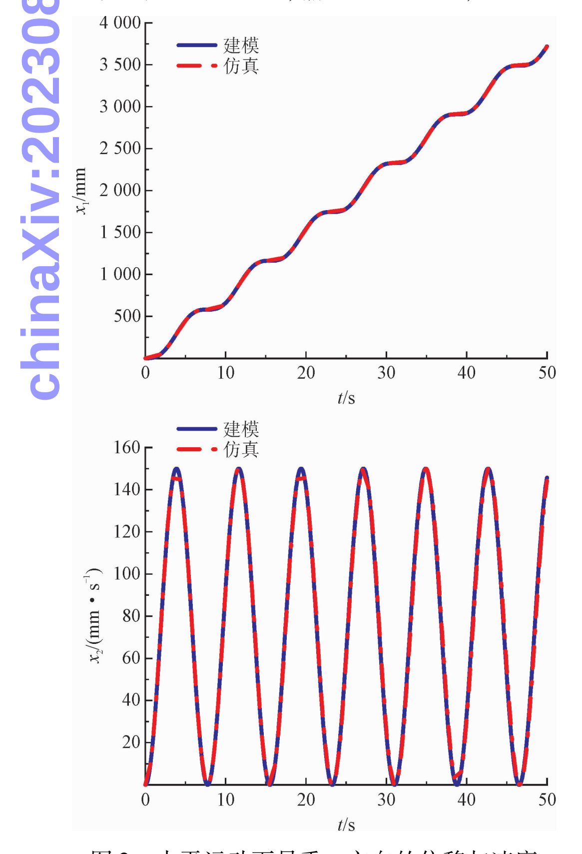


图 2 水平运动下吊重 x 方向的位移与速度

Fig. 2 Displacement and speed of the lifting payload in x direction under horizontal movement

当索式吊运系统在水平运动和升降运动共同作用下,得到建模和仿真对比结果如图 3 所示,输入量为 $s = 375\ t^2, l = 15\ 000 - 125t^2$。图 2 和图 3 均为吊重在上述给定的驱动下沿 x 方向运动时,位置和速度随时间变化的曲线图,其中实线为建模结果,虚线为仿真结果。不难看出,建模计算与软件仿真结果所得的曲线具有很好的一致性,高度吻合,从而可以验证上述所建模型的正确性。

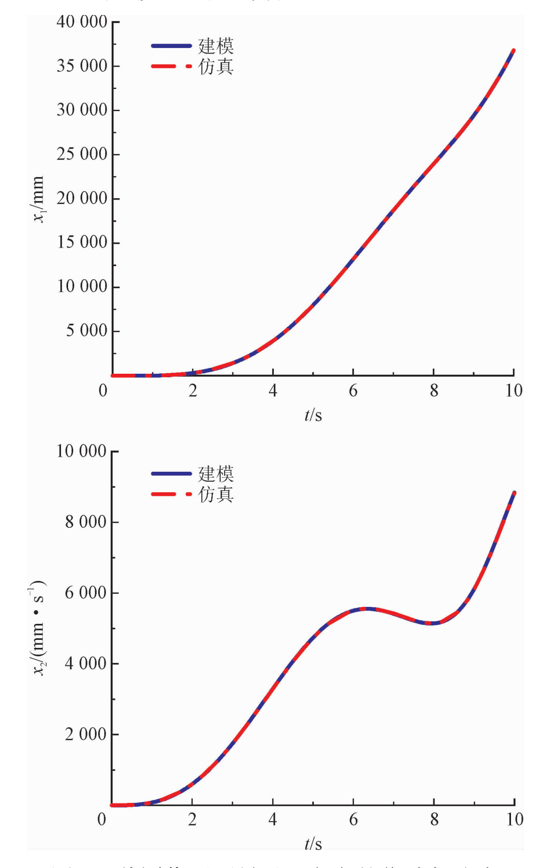


图 3 共同作用下吊重 x 方向的位移与速度

Fig. 3 Displacement and speed of the lifting payload in x direction under combined action

3 运动规律及参数对摆动影响

人工操作经验将摆角控制在合理范围内,实现吊重定位与摆动抑制,所以通过合理控制水平和升降运动,能够不影响快速准确定位的同时,实现防摆功能。吊运系统非线性强耦合的特点,使得研究吊点运动对吊重的影响具有重要意义。由于索式吊运摆动与吊点运动的加速度、吊点加速规律、升降运动规律、以及钢索长度和吊重质量等有关,所以针对以上方面分别对索式吊运系统进行分析,探索其运动规律。在分析运动规律之前,计算索式吊运系统的固有频率,该系统类似于单摆,由于本系统把钢索的

质量也考虑在内，所以在单摆系统固有频率的基础上进行推导，得出其计算结果如下

$$L_O = (ml + l \cdot \rho l/2)/(m + \rho l) \tag{21}$$

式(21)为系统质心，所以索式吊运系统固有频率为

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{(m + \rho l)g}{ml + \rho l^2/2}} \tag{22}$$

当系统吊重质量 $m = 2\ 000$ kg，且钢索吊运部分长 $l = 15\ 000$ mm 时，固有频率为 0.129。通过分析系统固有频率及摆幅判断该系统振动情况。由于动力学模型求解可得到吊重位移和速度两个结果，若吊重速度与吊点速度能基本重合，可认为该系统是平稳运动的，所以下面对吊重速度进行分析。这里以某垃圾抓斗起重机为例，探讨索式吊运系统摆动规律。

1）吊点初始加速度大小对摆动的影响

吊重的运动由水平运动、升降运动以及自身摆动 3 个因素影响。为更直观表达吊点加速度与摆动之间的关系，系统只进行水平运动，且当速度为匀速运动时，吊重的速度振动即系统的摆动情况。设定系统吊重质量 $m = 2\ 000$ kg，钢索吊运部分长 $l = 15\ 000$mm，启动和停止时的加速度大小分别为 28.125 mm・s^{-2}，56.25 mm・s^{-2} 和∞，中间做匀速运动，速度大小均为 225 mm・s^{-1}，得到吊点与吊重的速度关系如图 4 所示。由图 4 可知，加速度越小，吊重速度摆幅越小，且当速度达到 225 mm・s^{-1} 时，此时加速度为零，摆幅不变。数据结果由表 1 所示，当加速度过大时，对吊运系统摆动影响明显，当加速度小到一定程度时，其摆动影响较小，如加速度大小为 28.125 mm・s^{-2} 时，其摆动不明显，若加速度继续减小，其改善效果几乎不变。由于钢索 $l = 15\ 000$ mm 不进行升降运动，所以摆动频率为 0.129，与系统固有频率一致。

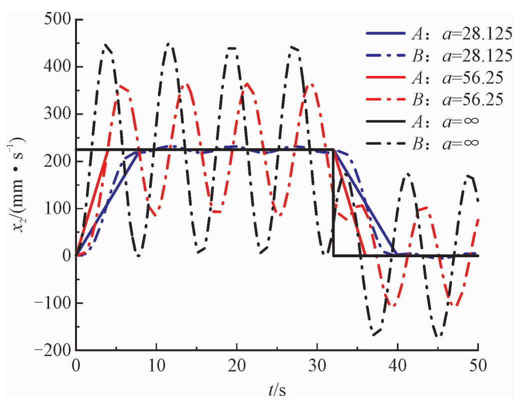


图 4　初始加速度大小对摆动的影响

Fig. 4　The effect of acceleration of the lifting point on swing

表 1　初始加速度大小对摆动的影响

Tab. 1　The effect of acceleration of the lifting payload on swing

初始加速度/(mm・s^{-2})	速度摆幅/(mm・s^{-1})	周期/s	频率
28.125	6.868	7.76	0.129
37.5	60.673	7.76	0.129
56.25	139.221	7.76	0.129
112.5	201.926	7.76	0.129
∞	225.000	7.76	0.129

2）吊点加速规律对摆动的影响

索式吊运系统的运动状态是"停-启-停"。根据实际情况，列举了摆线运动、二次项运动和简谐运动 3 种运动规律，分别代表摆线、多项式和三角函数 3 种类型。由于上述已证实加速度对吊重摆动有影响，所以对于平均速度还是 225 mm・s^{-1} 来说，行驶路程不同，吊点运动规律对摆动的影响也不同。研究系统水平运动运动情况下，设定系统的吊重质量 $m = 2\ 000$ kg，钢索吊运部分长 $l = 15\ 000$ mm，吊点行驶路程分别为 3 600、7 200 和 10 800 mm，对应的加速时间为 16、32 和 48 s，其结果分别对应图 5 中的(a)、(b)、(c)。

由图 5 可知，当运动路程较短时，二次项运动规律对应的吊重摆动影响最小，但是当路程增大时，在匀加、减速过程中，其影响效果会被放大。而且二次项运动规律在中点加速度突变，吊重摆动现象最明显。与其他两个运动规律相比，摆线运动规律在相同时间内吊点需要更大的加、减速。所以随着吊点运动路程的增加，吊重摆动影响越小。如在行驶路程为 3 600 mm 时，最高加速度可达到 45 mm・s^{-2}，速度变化太快导致摆动明显。而简谐运动规律由于其启动和停止时的加速度过大，且加速度突变，是三者中摆动最明显的。

3）钢索长度和吊重质量对摆动的影响

由系统固有频率公式可知，在钢索线密度不变的情况下，固有频率与钢索吊运部分的长度和吊重质量两个参数有关。为研究两个系统参数对摆动的影响，现以系统只做水平运动状态，吊点为匀速运动，速度均为 225 mm・s^{-1}。设定系统的吊重质量恒为 $m = 2\ 000$ kg，钢索长度分别为 $l_1 = 1\ 000$ mm、$l_2 = 8\ 000$ mm 和 $l_3 = 15\ 000$ mm，得到钢索吊运部分的长度与系统摆动的关系如图 6 所示。设定系统钢索长度恒为 $l = 15\ 000$ mm，吊重质量分别为 $m_1 = 20$ kg、$m_2 = 200$ kg 和 $m_3 = 2\ 000$ kg，得到吊重质量与系统摆动关系如图 7 所示。

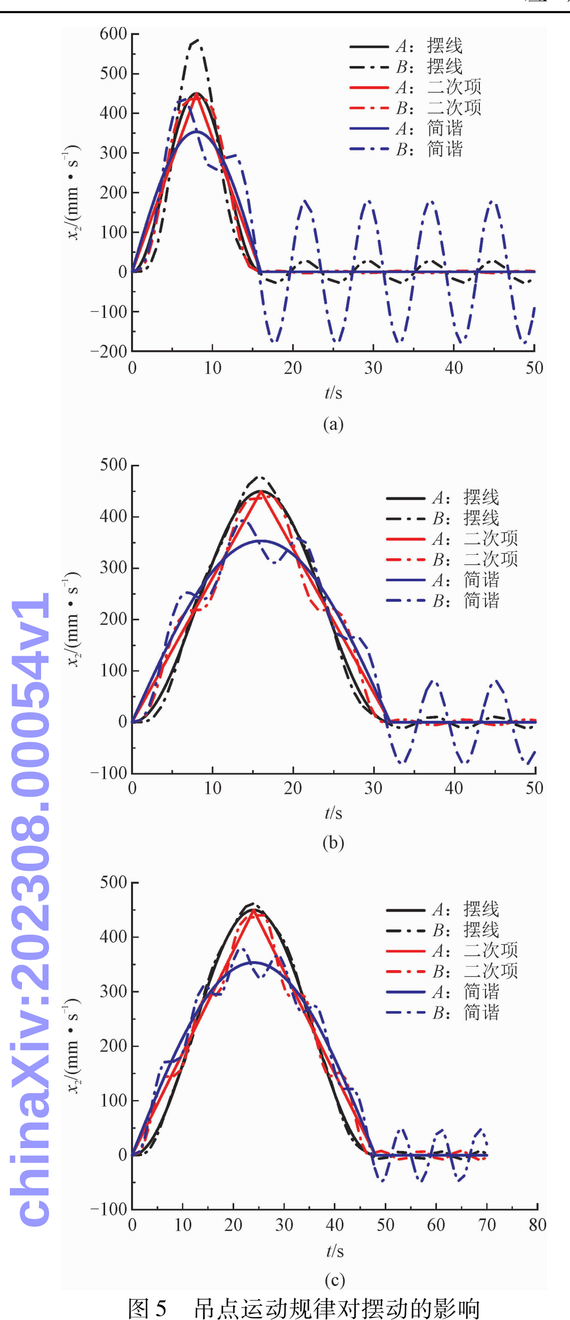


图5　吊点运动规律对摆动的影响

Fig. 5　The effect of acceleration laws of the lifting point on swing

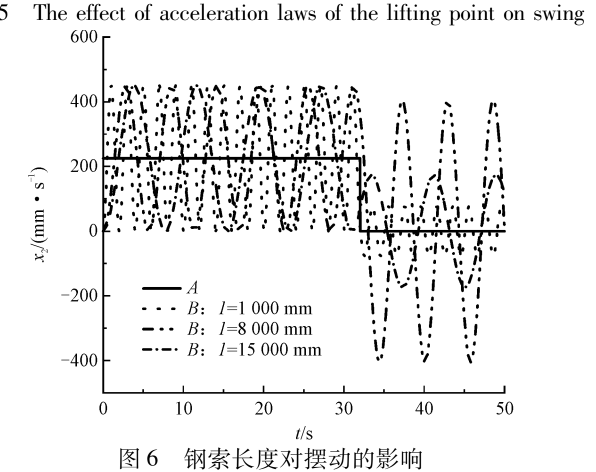


图6　钢索长度对摆动的影响

Fig. 6　The effect of the length of the lifting cable on swing

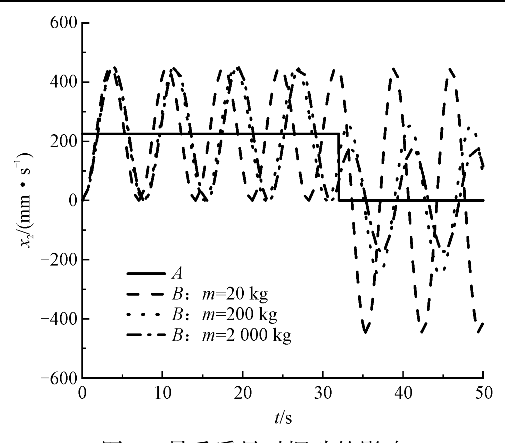


图7　吊重质量对摆动的影响

Fig. 7　The effect of the mass of the lifting payload on swing

由图6和图7可知，其摆动频率随着钢索长度、吊重质量的减小而增大，且钢索长度和吊重质量均不影响摆幅。相关数据如表2和表3所示。经计算，改变钢索长度，其对应的频率均与固有频率相一致，但是改变吊重质量，其对应的频率均比固有频率略小。由于固有频率以系统质心来计算，且吊重质量偏小与钢索质量相近，从而产生了误差，所以可认为频率均与固有频率是相一致的。由图6和图7可知，在吊点运动过程，吊重摆幅都一样，但是当吊点停止运动后，吊重摆幅都各不相同。为研究吊点停止后吊重的摆动情况，应分析吊点停止运动时的吊重速度和加速度。所以分别对上面的吊重速度进行求导得到吊重的加速度曲线(图8～9)。

表2　钢索长度对摆动的影响

Tab. 2　The effect of the length of the lifting cable on swing

钢索长度/mm	速度摆幅/(mm·s^{-1})	周期/s	频率
1 000	225	2	0.5
8 000	225	5.67	0.176
15 000	225	7.76	0.129

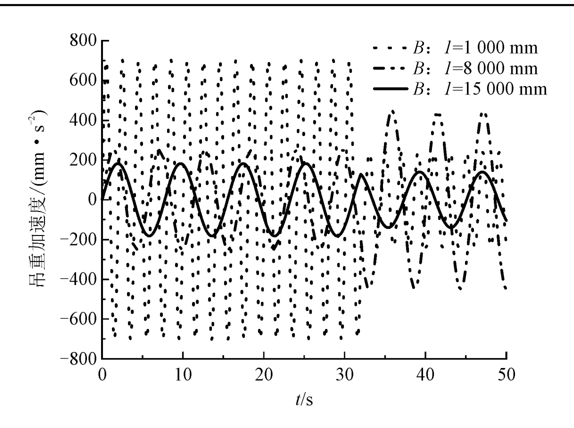


图8　钢索长度对摆动加速度的影响

Fig. 8　The effect of the length of the lifting cable on acceleration

表 3　吊重质量对摆动的影响

Tab. 3　The effect of the mass of the lifting payload on swing

吊重质量/kg	速度摆幅/(mm · s^{-1})	周期/s	频率
20	225	7.06	0.142
200	225	7.64	0.131
2 000	225	7.76	0.129

由图 8 和图 9 可知吊重加速度在吊点停止运动时都发生了突变，原来加速度增加的开始减小，加速度减小的则加剧减小。

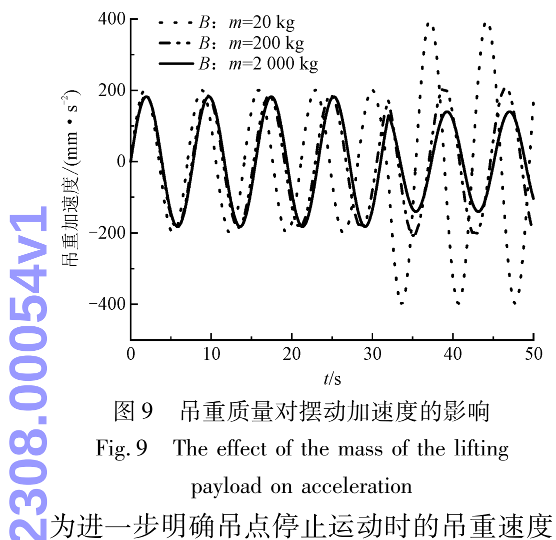


图 9　吊重质量对摆动加速度的影响

Fig. 9　The effect of the mass of the lifting payload on acceleration

为进一步明确吊点停止运动时的吊重速度和加速度对吊重摆幅的影响，分别列出了相关数据，见表 4、表 5。

表 4　钢索长度对摆动加速度的影响

Tab. 4　The effect of the length of the lifting cable on acceleration

钢索长度/mm	速度摆幅/(mm · s^{-1})	停止时速度/(mm · s^{-1})	停止时加速度/(mm · s^{-2})	加速度摆幅/(mm · s^{-2})
1 000	76.371	13.026	−247.068	239.096
8 000	404.670	363.802	−195.085	447.899
15 000	172.940	66.472	128.815	140.074

表 5　吊重质量对摆动加速度的影响

Tab. 5　The effect of the mass of the lifting payload on acceleration

吊重质量/kg	速度摆幅/(mm · s^{-1})	停止时速度/(mm · s^{-1})	停止时加速度/(mm · s^{-2})	加速度摆幅/(mm · s^{-2})
20	446.844	443.712	−46.301	397.796
200	251.891	141.042	169.760	207.136
2 000	172.940	66.472	128.815	140.074

由表 4 和表 5 可知：停止后的摆幅主要与停止时的吊重速度、加速度和系统频率（即加速时间）有关，速度越大，摆幅基数也越大；加速度越大，加速时间越长，摆幅增幅也越大。

4）升降运动对摆动的影响

同理，为研究升降运动对摆动的影响，设定系统的吊重质量 $m=2\ 000$ kg，吊点做速度为 225 mm·s^{-1}的匀速运动。钢索以初始长度为 15 000 mm 做升降运动，分别是速度为 0 mm · s^{-1}的运动，速度为 225 mm · s^{-1}的向上匀速运动和简谐运动，分别对应无升降运动、匀速上升运动及往复运动 3 种运动状态。这 3 种索式吊运系统的运动情况对吊重摆动的影响结果如图 10 所示。由图 10 可知升降运动方式不同，吊重摆动频率和摆幅都不同。由于频率受钢索长度影响，所以匀速上升运动的频率最快，无升降运动的频率最低。对于吊重摆幅，匀速上升运动的摆幅逐渐增大，正弦运动的摆幅先增大后减小，由于钢索长度不影响摆幅，且升降运动的加速度为零，所以升降运动的速度会影响吊重摆幅。为进一步研究升降速度与摆动之间的关系，设定升降运动 l 分别做速度为 0、112.5、225 和 450 mm · s^{-1}的匀速向上运动，得到升降速度与系统摆动的关系，其结果如图 11 所示。

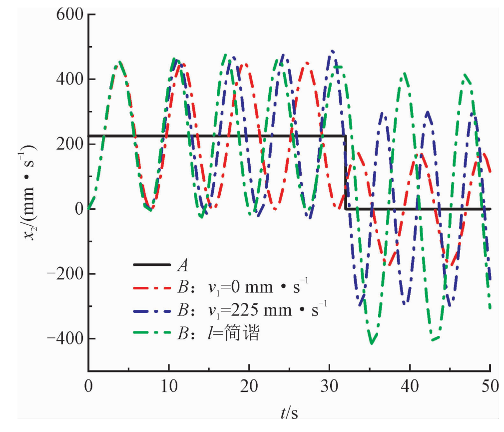


图 10　升降运动对摆动的影响

Fig. 10　The effect of the lifting laws of the steel cable on swing

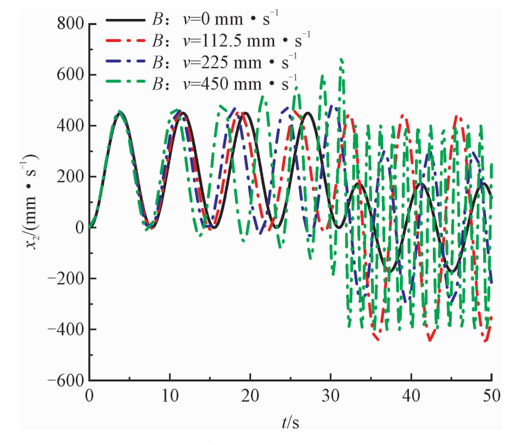


图 11　升降速度对摆动的影响

Fig. 11　The effect of the lifting speed of the steel on swing

由图 11 可知升降速度越大,摆幅越大,且摆幅随着时间呈指数式增长。

4 结　论

本研究采取理论建模及可视化仿真结合的方法,研究了索式吊运系统的动力学特性。采用达朗贝尔原理建立二维索式吊运系统的动力学模型,为了对索式吊运系统进行运动规划抑制防摆奠定基础,本研究对所建模型分析吊点、钢索运动规律及系统参数对摆动的影响,得出如下结论。

1)改变吊点初始加速度,加速度越大,吊重摆幅越大,加速度减小到一定程度后,摆动改善越不明显,且加速度突变也会造成吊重的明显摆动。

2)改变吊点运动规律,会影响吊重运动过程中的摆动情况,由于摆动受加速度影响,所以对于行程短的可选择二次项运动规律,而对于一般且远行程的选择摆线最佳。

3)在运动过程中,钢索长度和吊重质量减小,摆动频率越快,对摆幅没有影响,且钢索长度变化频率影响较大。改变钢索长度和吊重质量,其频率均与固有频率相一致。

4)升降运动规律对吊重的摆动也有影响,除了钢索长度的改变导致摆动频率增加外,升降运动的速度对摆幅也有影响,速度向上,摆幅增大,速度向下,摆幅减小。升降速度越大,摆幅越大,且摆幅随着时间呈指数式增长。

5)当吊点停止运动后吊重在停止点发生振动,摆动的频率由钢索长和吊重质量决定。其摆幅与停止时吊重的速度、加速度和系统频率(即加速时间)有关,速度越大,摆幅基数也越大;加速度越大,加速时间越长,摆幅增幅也越大。

参考文献:

[1] 王砚麟,赵志刚,马延,等. 紧耦合多直升机协调吊运系统逆运动学分析与求解[J]. 应用力学学报,2017,34(4):728-734.
WANG Yanlin,ZHAO Zhigang,MA Yan,et al. Analysis and calculation on inverse kinematics of close-coupling multi-helicopter collaboratively towing system[J]. Chinese journal of applied mechanics,2017,34(4):728-734(in Chinese).

[2] JAAFAR H I,MOHAMED Z,JAMIAN J J,et al. Dynamic behaviour of a nonlinear gantry crane system[J]. Procedia technology,2013,11:419-425.

[3] FUJIOKA D,SHAH M,SINGHOSE W. Robustness analysis of input-shaped model reference control on a double-pendulum crane[C]//2015 American Control Conference (ACC). Piscataway,NJ,USA:IEEE,2015:2561-2566.

[4] YOON J,NATION S,SINGHOSE W,et al. Control of crane payloads that bounce during hoisting[J]. IEEE transactions on control systems technology,2014,22(3):1233-1238.

[5] ASCHEMANN H. Passivity-based control of an overhead travelling crane[J]. IFAC proceedings volumes,2008,41(2):7678-7683.

[6] CHANG C Y. Adaptive fuzzy controller of the overhead cranes with nonlinear disturbance[J]. IEEE transactions on industrial informatics,2007,3(2):164-172.

[7] OHDAIRA S,MIZUMOTO I,KOHZAWA R,et al. Dual-rate robust adaptive control of a cart-crane system[C]//2006 SICE-ICASE International Joint Conference. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2006: 1800-1805.

[8] 高丙团,陈宏钧,张晓华. 龙门吊车系统的动力学建模[J]. 计算机仿真,2006,23(2):50-52,109.
GAO Bingtuan,CHEN Hongjun,ZHANG Xiaohua. Dynamic modeling of a gantry crane system[J]. Computer simulation,2006,23(2):50-52,109(in Chinese).

[9] 刘莹莹,周军. 近距离绳系卫星动力学与释放方法研究[J]. 系统仿真学报,2008,20(20):5642-5645.
LIU Yingying,ZHOU Jun. Research on dynamics and developing method for short tethered satellite[J]. Journal of system simulation,2008,20(20):5642-5645(in Chinese).

[10] SHABANA A A. Dynamics of multibody systems[M]. 3rd ed. Cambridge:Cambridge University Press,2005.

[11] SHABANA A A. Definition of the slopes and the finite element absolute nodal coordinate formulation[J]. Multibody system dynamics,1997,1(3):339-348.

[12] 姚震. 基于绝对节点坐标法的钢索建模及分析[D]. 上海:上海交通大学,2018.

[13] 孟超,周勇,曹小华. 基于 ADAMS/Cable 的抓斗卸船机摆动动力学与控制研究[J]. 起重运输机械,2017(10):102-106.
MENG Chao,ZHOU Yong,CAO Xiaohua. Research on swing dynamics and control of grab ship unloader based on ADAMS/Cable[J]. Hoisting and conveying machinery,2017(10):102-106(in Chinese).

[14] 孟超. 考虑钢丝绳弹性因素的抓斗卸船机摆动控制研究[D]. 武汉:武汉理工大学,2017.

(编辑　史淑英)